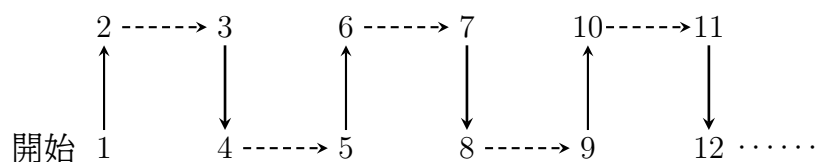


考試日期：114 年 月 日 班級： 姓名： 座號：

1. 設 $a = 4, b = 9$ ，則 a, b 的等差中項為 _____、 a, b 的等比中項為 _____。2. 設等差數列 $\langle a_n \rangle$ 的首項為 $a_1 = 3$ ，第三項 $a_3 = 15$ ，則 $\langle a_n \rangle$ 的遞迴關係式為 _____。3. 設等比數列 $\langle a_n \rangle$ 的首項為 $a_1 = 3$ ，第四項 $a_4 = 24$ ，則 $\langle a_n \rangle$ 的遞迴關係式為 _____。4. 設數列 $\langle a_n \rangle$ 的遞迴關係式為 $\begin{cases} a_1 = 2 \\ a_n = 3a_{n-1} + 2, n \geq 2 \end{cases}$ ，則 $a_5 =$ _____。5. 設等差數列 $\langle a_n \rangle$ 的第 2 項為 3，第 14 項為 69，則第 10 項 a_{10} 為 _____。

6. 從 1 開始，依照先向上、向右、向下、再向右的規律，將所有正整數依序排列如下圖所示。



畫出由 112 到 114 的圖形為 _____。

7. 將正奇數數列依序寫成一正、一負如右： $\langle 1, -3, 5, -7, \dots \rangle$ ，則第 n 項 $a_n =$ _____。8. 已知等比數列 $\langle a_n \rangle$ 的公比是一個負數，且滿足 $a_2 - a_1 = 9$ ， $a_4 - a_3 = 144$ ，則數列的首項 $a_1 =$ _____、公比 $r =$ _____。9. 已知 $a, 6, b$ 三數構成等比數列， $a - 1, 5, b - 4$ 三數構成等差數列，求 $a =$ _____。10. 已知在 2 與 12 之間插入兩個正數 a, b 後，可使得 $2, a, b$ 三數成等比數列， $a, b, 12$ 成等差數列，求 a, b 兩數為_____。

11. 將白色矩形長條紙等分成 3 份，然後將中間的矩形塗灰；接著再將剩下的 2 個白色小矩形等分成 3 份，並將中間小矩形塗灰，不斷重複此步驟。

(1) 假設 a_n 為第 n 圖中白色矩形的總數，求 $a_{11} =$ _____。

(2) 假設 b_n 為第 n 圖中灰色矩形的總數，求 $b_7 =$ _____。



第 1 圖



第 2 圖



第 3 圖

12. 一數列 $\langle a_n \rangle$ 滿足 $\begin{cases} a_1 = 1 \\ \frac{1}{a_n} = \frac{1}{a_{n-1}} + 2n, n \geq 2 \end{cases}$ ，求 a_{20} 的值為_____。

13. 已知 $a^{2x} = 3$ ，試求 $\frac{a^{3x} + a^{-3x}}{a^x - a^{-x}} =$ _____。

14. 設數列 $\langle a_n \rangle$ 的遞迴關係式為 $\begin{cases} a_1 = 1 \\ a_n = 2a_{n-1} + 1, n \geq 2 \end{cases}$ ，

請猜測數列 $\langle a_n \rangle$ 的一般項（以 n 表示），並證明之。

15. 用數學歸納法證明：對於所有的正整數 n ， $4^n + 2$ 恆為 6 的倍數。

參考答案

1. $6.5, \pm 6$

2.
$$\begin{cases} a_1 = 3 \\ a_n = a_{n-1} + 6, n \geq 2 \end{cases}$$

3.
$$\begin{cases} a_1 = 3 \\ a_n = a_{n-1} \times 2, n \geq 2 \end{cases}$$

4. 242

5. 47

7. $(-1)^{n+1}(2n-1)$

8. 首項為 $-\frac{9}{5}$ 、公比為 -4

9. 3 或 12

10. 4, 8

11. (1) 2048 (2) 127

12. $\frac{1}{419}$

13. $\frac{14}{3}$

14. $a_n = 2^n - 1$

15. 略