

國立彰化高中 114 學年度第一學期高一數學科第一次期中考模擬試題二

龍騰版第一冊單元 1 ~ 3 、第二冊單元 1 班級：_____ 姓名：_____ 座號：_____

一、填充題：(每題 4 分，共 68 分)

1. 利用乘法公式展開 $(2 - 3a + b)^2 =$ _____。
2. 求 $0.2\overline{23} + \frac{2}{9} =$ _____ (化為最簡分數)。
3. 設 $x = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$ ，求 $x^2 + \frac{1}{x^2} =$ _____。
4. 在半徑為 7 的圓形土地上，圍出一個矩形花圃來美化環境，試求可圍出的最大花圃面積為_____。
5. 已知 $\sqrt{13} + \sqrt{15}$ 的整數部分為 a ，小數部分為 b ，則 $b =$ _____。
6. 寫出不等式 $6 \leq |5 - 3x| \leq 17$ 的解為 _____。
7. 寫出不等式 $|x - 3| \geq |x + 1|$ 的解為 _____。
8. 寫出不等式 $|x + 1| - |x - 2| < x + 2$ 的解為 _____。
9. 已知不等式 $|ax + 3| \leq b$ 的解為 $\frac{-4}{3} \leq x \leq \frac{5}{3}$ ，則數對 $(a, b) =$ _____。
10. 求 $2^0 + 2^{-2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 4^{\frac{-1}{2}} =$ _____。
11. 設 $4^a = \sqrt{2} + 1$ ，則 $\frac{8^a - 8^{-a}}{2^a + 2^{-a}} =$ _____ (答案需要有理化)。
12. 求 $(\sqrt{8})^{\frac{-2}{3}} \times (0.25)^{-2.5} \times \sqrt[4]{4} \times \sqrt[6]{\frac{1}{8}} =$ _____。
13. 在一個玻璃瓶中培養細菌，已知細菌的數量每隔一分鐘就會增加一倍，現在開始小明在玻璃瓶中放入 5 個細菌，60 分鐘後玻璃瓶中細菌的數量即可達到實驗所需的狀況。若某天由於時間較急迫，只有 56 分鐘的時間可以等待細菌的數量達到實驗所需的狀況，則小明一開始需要在玻璃瓶中放入_____ 個細菌。
14. 已知一等差數列的第 19 項為 205，第 205 項為 19，則第 224 項為 _____。
15. 一等差數列 $\langle 15, 11, 7, \dots \rangle$ 。現在將其奇數項均改成負的，即改成 $\langle -15, 11, -7, \dots \rangle = \langle b_n \rangle$ ，試用 n 表示出一般項 $b_n =$ _____。
16. 設數列 $\langle a_n \rangle$ 滿足 $\begin{cases} a_1 = 100 \\ a_n = a_{n-1} + (-2)^{n-1}, n \geq 2 \end{cases}$ ，求 $a_8 =$ _____。

17. 寫出等比數列 $\langle a_1, 27, a_3, a_4, -8, \dots \rangle$ 的遞迴關係式為 _____。

二、多選題：(每題 6 分，共 18 分) 每題至少有一個選項是正確的，全對得 6 分，僅錯一個選項得 4 分，僅錯二個選項得 2 分，其餘不給分。

18. _____ 已知最簡分數 $\frac{1}{p}$ 可以化成一個【有限小數】，則 p 可能是下列哪些選項：

- (1) 3 (2) 7 (3) 12 (4) 125 (5) 128

19. _____ 選出正確的選項：

- (1) 如果我們要求 a, b 是有理數，則 $a\sqrt{2} + b\sqrt{3} = 2\sqrt{2} + 5\sqrt{3}$ ，則 $a = 2, b = 5$ 。
(2) 設 c, d 是兩個正數，又 c, e, d 三數成等差數列， c, f, d 三數成等比數列，則 $e \geq f$ 。
(3) $\sqrt{144} + \sqrt[3]{216}$ 是無理數。 (4) $0.\overline{2} + 0.\overline{4} + 0.\overline{5} + 0.\overline{6} > 2$ 。
(5) $\sqrt{10} + \sqrt{3} > 5$ 。

20. _____ 選出正確的選項：

- (1) 不等式 $|x - 3| < 2$ 的解為 2, 3, 4。
(2) 區間 $(1, 4)$ 的意義為 $1 < x < 4$ 。
(3) 不等式 $|x - 3| \leq 5$ 與 $|3x - 9| \leq 15$ 的解相同。
(4) 絕對值 $|x - 2| + |x + 3|$ 的值不可能小於 5。
(5) 若 $\frac{3a + 8b}{11} > \frac{8a + 3b}{11}$ ，則 $a > b$ 。

三、計算證明題：(14 分，配分見各題)

請詳細書寫計算過程並說明你的推論，否則一律不計分。

21. 有三個相異正數成等比數列，第 1 項為 4。若將第 1 項加 4，第 2 項加 1，第 3 項除以 2，則所得的三個新數成等差數列。求此等比數列的公比。(6 分)

22. 設 p 是一個正質數。若對於任意的正整數 n ， $8^n + 6$ 是 p 的倍數。試猜測 p 的值，並證明你的猜測是正確的。(8 分)

一、填充題：

1. $9a^2 + b^2 - 12a + 4b - 6ab + 4$

2. $\frac{49}{110}$

3. 98

4. 98

5. $\sqrt{13} + \sqrt{15} - 7$

6. $\frac{11}{3} \leq x \leq \frac{22}{3}$ 或 $-4 \leq x \leq \frac{-1}{3}$

7. $x \leq 1$

8. $x > -5$

9. $(-18, 27)$

10. 2

11. $3 - \sqrt{2}$

12. 16

13. 80

14. 0

15. $(-1)^n \cdot (-4n + 19)$

16. 14

17.
$$\begin{cases} a_1 = \frac{-81}{2} \\ a_n = a_{n-1} \times \frac{-2}{3}, n \geq 2 \end{cases}$$

二、多選題：

18. 4, 5

19. 1, 2

20. 2, 3, 4

三、計算證明作圖題

21. $r = 3$

22. 7

國立彰化高中 112 學年度第二學期高二數學 A 第一次期中考 答案卷

範圍：1 ~ 5 單元 班級： _____ 姓名： _____ 座號： _____ 分數： _____

一、單選題與填充題：(每格 4 分，共 60 分)

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	

二、多選題：(每題 6 分，共 30 分)

16	17	18	19	20

三、計算證明題：(配分見各題，共 10 分) (沒有詳細書寫計算過程、沒有說明你的推論者，一律不計分)

21.

國立彰化高中 112 學年度第二學期高二數學 A 第一次期中考 答案卷

範圍：1 ~ 5 單元 班級： _____ 姓名： _____ 座號： _____ 分數： _____

一、單選題與填充題：(每格 4 分，共 60 分)

1	2	3	4
$y - z = -1$	$z = -2$	-24	4
5	6	7	8
$(0, 3, 2)$	$2\sqrt{2} + 2\sqrt{5}$	40	118
9	10	11	12
$\left(\frac{4}{3}, \frac{2}{3}, \frac{4}{3}\right)$	$\frac{3\sqrt{65}}{2}$	$\frac{13}{5}$	$\frac{4\sqrt{3}}{3}$
13	14	15	
3	$\left(\frac{7}{3}, 3, 3\right)$	$\sqrt{2}$	

二、多選題：(每題 6 分，共 30 分)

16	17	18	19	20
2, 5	1, 3	3, 5	2	1, 4

三、計算證明題：(配分見各題，共 10 分) (沒有詳細書寫計算過程、沒有說明你的推論者，一律不計分)

21.

- (1) $\frac{1}{6}$ (2) 60° 或 120° (3) 略 (4) 1